

基于 Kriging 模型和遗传算法的 齿轮修形减振优化

杨 丽¹, 佟 操², 陈 闯¹, 郭秋萍³

(1. 沈阳理工大学 装备工程学院, 沈阳 110159;

2. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 沈阳 110016;

3. 中国人民解放军 驻 474 厂军代室, 辽宁 抚顺 113003)

摘 要: 针对齿轮修形优化时计算啮合刚度计算量大、计算精度低、操作繁琐等问题,提出一种基于 Kriging 模型和遗传算法的齿轮减振修形优化算法。以典型直齿轮传动为例开展齿轮修形优化,通过拉丁抽样建立 Kriging 模型,解决齿轮修形优化的多响应和隐式函数的问题,通过 Kriging 预测的啮合刚度与有限元法的对比可知,时变啮合刚度函数各参数的误差最大值为 7.79×10^{-5} , 1.20×10^{-3} 及 1.30×10^{-4} ,验证了 Kriging 多响应预测啮合刚度函数的精确性。将 Kriging 预测函数代入直齿轮啮合传动的动力学微分方程,采用遗传优化算法时将齿轮动态传动误差响应波动最小作为优化目标,得到最优的齿轮修形参数。算例表明:相比于 ISO(International Standardization Organization)修形和未修形的齿轮,该算法的减振效果最好,验证了基于遗传算法与 Kriging 模型对齿轮进行修形优化的正确性、高效性。相比于直接采用有限元法进行齿轮修形优化,该算法计算时间由 26.91 d 减小为 2.24 h,证明了该算法计算效率的优越性。

关 键 词: Kriging 模型; 齿轮; 动力学; 减振; 修形优化; 遗传算法

中图分类号: V215.7; TB114.3

文献标志码: A

Vibration reduction optimization of gear modification based on Kriging model and genetic algorithm

YANG Li¹, TONG Cao², CHEN Chuang¹, GUO Qiuping³

(1. School of Equipment Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China;

2. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

3. Military Representative Office in No. 474 Factory, the Chinese People's
Liberation Army, Fushun Liaoning 113003, China)

Abstract: To solves the problems of large computation, low precision and complicated operation during optimization of gear modification, an algorithm for optimization of gear modification was proposed based on Kriging model and genetic algorithm. Taking spur gear drive as the research object, optimization of gear modification was carried out. Firstly, in order to solve the problems of multiple responses and implicit function during optimization of gear modification, Kriging model was established by using Latin sampling method. Compared with the gear engaged stiffness of Kriging prediction and finite element, it was shown

收稿日期: 2016-09-20

基金项目: 辽宁省自然科学基金指导计划项目(201602650); 辽宁省教育厅科学研究项目(L2015469); 沈阳理工大学重点实验室
开放基金(4771004kfs26)

作者简介: 杨丽(1980—),女,副教授,博士,主要从事机械可靠性、传动机构动力学分析等研究。

引用格式: 杨丽,佟操,陈闯,等. 基于 Kriging 模型和遗传算法的齿轮修形减振优化[J]. 航空动力学报,2017,32(6):1412-1418.
YANG Li, TONG Cao, CHEN Chuang, et al. Vibration reduction optimization of gear modification based on Kriging model
and genetic algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(6): 1412-1418.

that the maximum errors of predicted stiffness parameters were 7.79×10^{-5} , 1.20×10^{-3} and 1.30×10^{-4} respectively, therefore, the precision of Kriging multiple prediction was validated. Secondly, Kriging prediction was applied to dynamical differential equation of spur gear, and then fluctuation of dynamic transmission error was regarded as the goal of genetic algorithm optimization, so optimal parameters of gear modification was obtained. Example showed that the proposed method was better than ISO (International Standardization Organization) modification and no modification, therefore, the efficiency and correctness of the gear modification by using genetic algorithm and Kriging model was validated. Compared with gear modification by using finite element directly, the cost time of the proposed method changed from 26.91 d to 2.24 h, so the computational efficiency of the proposed method was verified.

Key words: Kriging model; gear; dynamic; vibration reduction; modification optimization; genetic algorithm

随着现代工业技术的发展,要求齿轮具有高速、重载、轻量小型化等特性,振动与噪声的控制显得十分重要. 为了降低齿轮传动过程中的振动与噪声,其主要措施就是进行齿轮修形,避免理论渐开线齿轮的啮入和啮出冲击,即适量削去啮合齿对上发生干涉的部分齿面,实现啮合过程的平稳进行.

目前国内外采用齿轮修形进行无声齿轮的设计已经作了大量的研究. Bajer 等^[1]研究了突加初速载荷下齿轮的冲击问题;吴勇军等^[2]运用有限元方法计算了轮齿在各啮合位置的变形量,确定修形量为轮齿交替啮合点处的变形量,分析了齿顶修形量对齿轮系统振动、噪声的影响,结果显示齿顶修形显著地减低了齿轮的振动和噪声. CHEN Zaigang 等^[3]和 Faggioni 等^[4]以齿轮啮合过程中的传递误差激励最小,优化了不同载荷下的齿廓修形量. Ma 等^[5]运用有限元方法分析了不同齿顶修形量下齿轮时变啮合刚度和传递误差的变化,并分析了齿顶修形量对齿轮系统振动响应的影响,结果表明合理的齿顶修形参数能够显著地降低齿轮系统的振动. 文献^[6]将静态传递误差作为减振降噪的优化目标,基于有限元法采用遗传算法来确定齿轮修形量. 研究发现,采用有限元软件计算时变啮合刚度,并结合智能算法进行齿轮修形优化,取得了较好的减振优化效果,然而这种将有限元商业软件结合智能算法的修形减振优化,需要大量的计算,耗时较高,而且需要多次手动调节不同啮合位置来进行有限元计算,通过多个位置点的计算结果来拟合得到某一齿廓修形参数(如修形长度、修形量)对应的时变刚度激励函数,然而,不同的齿廓修形参数对应一次如上所述刚度激励的所有求解过程. 为了解决这种计算量大、计算繁琐的问题,采用代理模型进行优

化^[7-10],是目前工程上常见的一种解决措施和方法. 对于齿轮修形优化,其时变啮合刚度一般是通过傅里叶变换函数的 1 阶分量形式表示,需要确定啮合刚度、激振频率以及相角等参数. 为了建立齿轮时变啮合刚度函数,常规的单响应函数(例如多项式响应面、样条曲线等)很难满足齿轮修形优化的要求^[11-13].

基于此,本文采用 Kriging 多响应预测模型,解决有限元计算啮合刚度计算量大的问题,提出一种基于 Kriging 多响应预测模型和遗传算法的齿轮修形减振优化方法.

1 齿廓修形理论

为避免理论渐开线齿轮的啮入和啮出冲击,降低齿轮传动过程中的振动和噪声,其主要措施就是进行齿廓修形,即根据啮合干涉情况从齿面上去除一部分材料,从而使得齿轮啮合过程平稳地进行,齿廓修形 3 要素包括:修形长度、最大修形量和修形曲线,如图 1 所示. 本文拟采用对主、从动轮齿顶修形、齿根不修形的直齿修形方式,更多详细的修形方法见文献^[14].

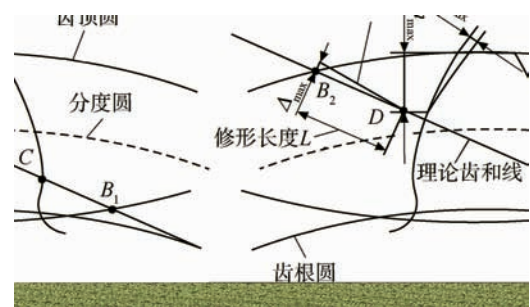


图 1 齿廓修形示意图

Fig. 1 Schematic diagram of tooth profile modification

直线修形曲线方程为

$$\Delta = \Delta_{\max}(x/L) \quad (1)$$

式中 $\Delta_{\max}$ 为最大修形量; L 为修形长度, 即单双齿啮合的交界点到啮合始点或者啮合终点的距离; x 为啮合位置的相对坐标, 沿啮合线方向测量。

2 基于 Kriging 模型的齿轮综合啮合刚度

近些年, 有限元方法广泛用于计算齿轮啮合刚度, 主要是因为该方法能够考虑齿轮误差的影响, 包括制造误差、装配误差和轮齿修形产生的齿廓误差, 因此, 该方法是目前求解齿轮啮合刚度最有效、最常见的方法。然而, 由于有限元软件(例如 ANSYS)计算啮合刚度的时间较长(i3CPU(中央处理器)环境下至少 5 min), 且需要转动不同角度分别计算(一般选取 10 个位置点以上), 因此, 整个啮合周期的刚度计算太繁琐, 计算效率太低。将有限元与优化算法相结合来进行齿轮修形减振优化时, 需改变不同齿轮修形参数, 手动重新更改 ANSYS 有限元模型与程序, 并重新计算齿轮系统振动响应, 那么这样的优化过程需要太大的计算量, 且手动修改程序的步骤太多、太繁琐, 这样的修形减振优化几乎是不可能实现的。

2.1 Kriging 预测模型

Kriging 模型作为一种半参数化的插值模型, 特别适用于强非线性问题, 近年来在工程优化领域中得到广泛应用^[7-10]。采用 Kriging 模型将隐式的啮合刚度函数转化为显式函数, 在齿轮修形优化过程中不需要手动更改有限元程序, 能够起到较好的作用。相比于其他代理模型(如多项式响应面、神经网络等), 此模型最为重要的优势是: ①Kriging 模型能够对预测点进行误差控制, 能够确保预测精度; ②Kriging 模型能够进行多点预测, 能够适用于齿轮修形优化的多响应函数^[15-17]。因此, 本文选择 Kriging 模型作为近似代理模型进行齿轮修形优化, 能够解决上述问题。

Kriging 模型中假设系统的真实响应值与自变量之间的关系为确定性的, 且由回归多项式与随机过程两部分组成, 即

$$y_l(x) = \sum_{i=1}^p \beta_{i,l} f_i(x) + z_l(x) = f(x)^T \beta_{:,l} + z_l(x) \quad l = 1, \dots, q \quad (2)$$

式中 $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)]^T$ 为回归多项式基函数向量, 在本文中采用具有 1 阶数的回归多项式 $\beta_{:,l} = [\beta_{1,l}, \beta_{2,l}, \beta_{p,l}]^T$ 为多项式参数,

$z_l(x)$ 为第 l 个响应分量对应的 Gaussian 随机过程函数, 其均值为零, 方差为 σ_l^2 , 协方差矩阵表示为

$$E[z_l(w)z_l(x)] = \sigma_l^2 R(\theta, w, x) \quad (3)$$

式中 $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ 和 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 分别为两不同的随机变量, $R(\theta, w, x)$ 为带有参数 θ 的相关函数, Gaussian 相关函数 $R(\theta, w, x)$ 可以表示为

$$R(\theta, w, x) = \prod_{k=1}^n R_k(\theta_k, w_k, x_k) = \exp\left(-\sum_{k=1}^n \theta_k |w_k - x_k|^2\right) \quad (4)$$

考虑 Kriging 线性预测, 在未知点 x 的预测值可以表示为

$$\hat{Y}_l(x) = c^T Y_{:,l} \quad (5)$$

式中 $c = c(x) = [c_1(x), c_2(x), \dots, c_m(x)]^T$ 为待求权系数向量, $Y_{:,l} = [y_{1,l}, y_{2,l}, \dots, y_{m,l}]^T$ 为试验设计点 $S = [s_1, s_2, \dots, s_m]^T$ 处对应的响应值。

为保证预测值无偏和预测均方误差最小, 即采用 Lagrangian 求最小值, 可得

$$c = R^{-1} \{r - F[(F^T R F)^{-1}(F R r - f)]\} \quad (6)$$

将式(6)带入式(5)得

$$\hat{Y}_l(x) = r^T R^{-1} Y_{:,l} - (F^T R^{-1} r - f)^T (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} Y_{:,l} \quad (7)$$

对于回归问题 $Y_{:,l} \simeq F \beta_{:,l}$, 由最小二乘法可得

$$\beta_{:,l}^* = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} Y_{:,l} \quad (8)$$

将式(8)带入式(7)得

$$\hat{Y}_l(x) = f(x) \beta_{:,l}^* + r(x) r^* \quad (9)$$

式中 $\beta_{:,l}^*$ 由式(8)给出, r^* 通过计算所有已知设计点的残差可得, 即 $R r^* = Y_{:,l} - F \beta_{:,l}^*$

在未知点 x 处的 Kriging 预测值均值和方差分别表示为式(10)和式(11), 关于推导细节不再叙述, 详见文献[10]。

$$\mu_{y,l}(x) = f(x)^T \beta_{:,l}^* + r(x)^T R^{-1} (Y_{:,l} - F \beta_{:,l}^*) \quad (10)$$

$$\sigma_{y,l}^2(x) = \sigma_{z,l}^2 [1 + u(x)^T (F^T R^{-1} F)^{-1} u(x) - r(x)^T R^{-1} r(x)] \quad (11)$$

式中 $\sigma_{z,l} = (Y_{:,l} - F \beta_{:,l}^*)^T (Y_{:,l} - F \beta_{:,l}^*) / m$, $u(x) = F^T R^{-1} r - f$ 。

2.2 有限元啮合综合刚度结果对比与分析验证

为建立 Kriging 近似代理模型, 需要事先确定有限元啮合综合刚度函数所需要的参数, 由于齿轮刚度激励计算通常采用傅里叶变换, 取其 1 阶分量^[18], 即

$$k(t) = 1 + \zeta \sin(\omega_m t + \phi_k) \quad (12)$$

式中 ζ 为啮合刚度比, ω_m 为激振频率比, ϕ_k 为相位角, 此处视为无量纲参数. 从式(12)中可以看出, 齿轮啮合综合刚度函数中的主要参数为 ζ , ω_m 和 ϕ_k , 只要确定了这 3 个参数, 齿轮振动微分方程也就确定, 之后便可采用数值算法求解系统响应.

以一对直齿轮为例, 齿轮参数见表 1 所示.

表 1 齿轮参数

Table 1 Parameters of gears

名称	主动轮	从动轮
模数/mm	3	3
齿数 z	20	20
压力角/(°)	20	20
齿宽/mm	20	20
转速 n /(r/min)	3000	3000
转矩 T /(N·mm)	50000	50000
齿顶高系数 h_a^*	1	
泊松比 ν	0.3	
弹性模量 E /GPa	206	
重合度 ϵ_a	1.5568	

将齿轮啮合点转角位移换算到啮合线上位移, 由此求解齿轮啮合刚度为

$$K = F/\delta = (T/r_b)/(\theta \cdot r_b) = T/(\theta \cdot r_b^2) \quad (13)$$

式中 δ 为齿轮在理论啮合线方向上的变形量, 其中 $\delta = \theta \cdot r_b$; θ 为转矩作用下齿轮转过的角度; r_b 为齿轮基圆半径; T 为施加在主动轮上的转矩.

按照如前所述方法, 分别在齿轮啮合周期内提取 10 个点, 采用 ANSYS 有限元法计算轮齿刚度 k , 有限元模型如图 2 所示.

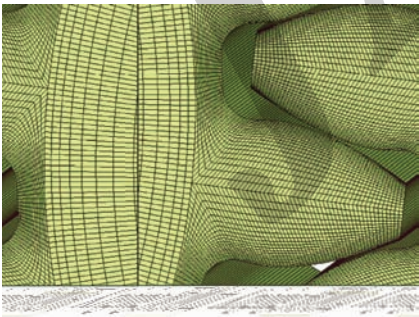


图 2 齿轮有限元模型

Fig. 2 Finite element model of gears

按照第 1 章所述的直线修形方法, 采用 100 次拉丁超立方方法, 在最大修形量 $\Delta_{\max}$ 的 $[0 \mu\text{m}, 8.4 \mu\text{m}]$ 区间、修形长度 L 的 $[0 \text{ mm}, 4.752 \text{ mm}]$ 区间进行抽样, 通过文中第 2.2 节所述的有限元方法计算所有样本点对应的时变啮合刚度的 3 个响应值, 建立 Kriging 多响应预测模型函数. 从而实现给定修形参数值就可以通过建立的 Kriging 模型来预测 ϕ_k , ζ 和 ω_m , 确定修形参数与啮合刚度

函数之间的关系式, 建立时变啮合综合刚度函数.

为验证所建立的 Kriging 多响应预测模型的精确性和正确性, 采用拉丁超立方方法随机选取了 10 个位置, 并对比 Kriging 多响应预测与有限元法计算啮合刚度的参数结果 (即 ϕ_k , ζ 和 ω_m), 如图 3 所示的星号. 可以看出, 由 Kriging 预测得到的 ζ , ω_m 和 ϕ_k 与有限元法基本吻合一致, 误差最大值分别为 7.79×10^{-5} , 1.20×10^{-3} 及 $1.30 \times$

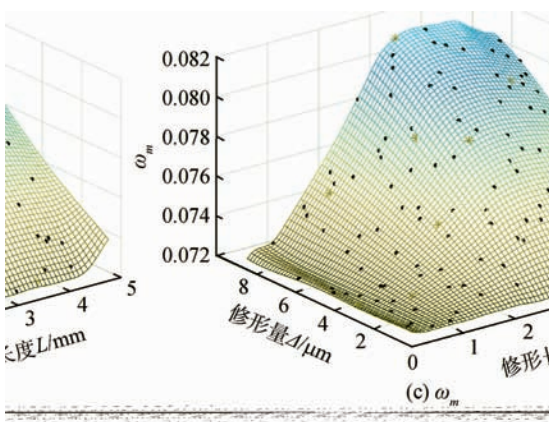
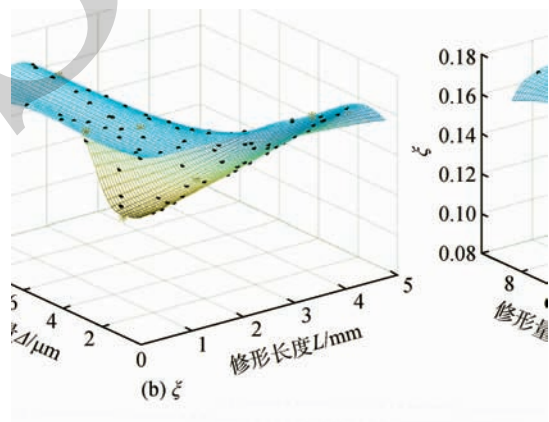
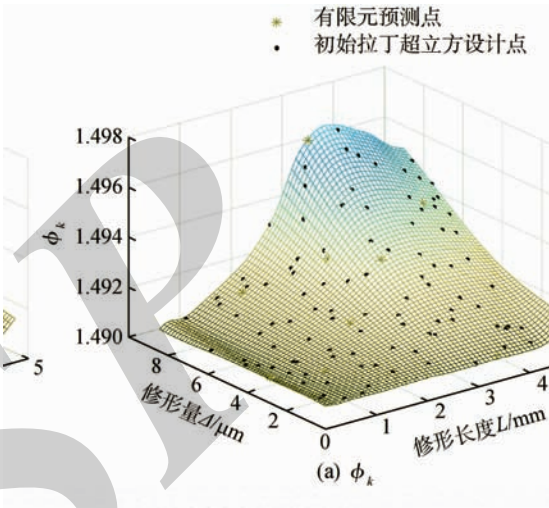


图 3 有限元与 Kriging 预测曲面对比

Fig. 3 Comparison of finite element and Kriging prediction surface

10^{-4} ,证明采用 Kriging 多响应预测模型来建立啮合综合刚度函数的精度是足够的(此处需要说明的是,该算例 3 个参数 ϕ_k, ζ 和 ω_m 在修形变化范围内均没有进入混沌或倍周期等非线性振动状态),该 Kriging 函数能够解决齿轮修形优化隐式和多响应的问题,为齿轮修形优化奠定了重要的基础。

3 齿轮修形优化

3.1 基于遗传算法的优化流程

Holland 在 60 年代提出遗传算法,借助生物进化过程中“适者生存”的规律,模仿生物进化过程中的遗传繁殖机制,对优化问题解空间的个体进行编码,然后对编码后的个体种群进行选择、交叉、变异等遗传操作,通过迭代从新种群中寻找全局最优解。遗传算法是一种仿生智能算法用于模拟大自然的演变过程,具有全局优化的能力。

本文在 Matlab 自带的遗传算法工具箱函数 gaopt() 的基础之上,通过编制 Kriging 的时变啮合刚度函数,将其代入齿轮振动微分方程中求得齿轮动态传递误差响应,将响应波动范围最小作为优化目标,开发 Matlab 自带的优化工具箱,实现齿轮的修形优化,具体过程如下:

1) 选择 N 个体构成初始种群 P_0 ,并求出种群内各个个体的适应度值。每次进化过程中,会对种群 P_0 中每组修形参数进行动态微分方程的数值求解,将齿轮实际啮合的动态传递误差的波动值作为遗传算法的目标函数,计算种群内各个个体(即每一组修形参数量对应的齿轮动态传递误差波动值)。

针对直齿轮啮合的齿轮修形,选择齿轮纯扭转振动模型,建立动力学微分方程的无量纲表达式(具体推导与求解过程,详见文献[14])

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\dot{x}(t) + k(t)f[x(t)] = F(t) \quad (14)$$

式中 $\zeta = c_m/(2m_e\omega_n)$, c_m 为齿轮啮合阻尼, $m_e = m_p m_g/(m_p + m_g)$ 为等效质量, $\omega_n = \sqrt{k_0/m_e}$ 为固有频率, k_0 为齿轮副时变啮合刚度的平均值; $k(t) = k_m(\bar{t})/(m_e\omega_n^2)$, t 为无量纲时间且 $t = \omega_n \bar{t}$, $k_m(\bar{t})$ 为齿轮时变啮合刚度; $F(t) = \bar{F}(\bar{t})/(m_e b \omega_n^2)$, $\bar{F}(\bar{t}) = \bar{F}_a(\bar{t}) + \bar{F}_h(\bar{t})$, 不考虑外部激励 $\bar{F}_a(\bar{t}) = 0$, 内部激励为 $\bar{F}_h(\bar{t}) = -m_e d^2 \bar{e}(\bar{t})/d\bar{t}^2$, $\bar{e}(\bar{t})$ 为啮合齿轮的静态传递误差; $f(x) = \begin{cases} x - b_m/b, & x > b_m/b \\ 0, & -b_m/b \leq x \leq b_m/b \\ x + b_m/b, & x < -b_m/b \end{cases}$ 为间隙非线性

函数, b_m 为齿侧间隙, b 为给定的位移标称尺度; $x(t)$ 为无量纲动态传递误差, $x(t) = \bar{x}(\bar{t})/b$, $\bar{x}(\bar{t}) = R_p \theta_p(\bar{t}) - R_g \theta_g(\bar{t}) - \bar{e}(\bar{t})$ 为齿轮动态传递误差。

由 4 阶变步长自适应 Runge-Kutta 数值积分法,便可得到无量纲齿轮动态传递误差响应 $x(t)$,从而得到 $x(t)$ 的波动值为

$$\Delta_x = |x(t)_{\max} - x(t)_{\min}| \quad (15)$$

式中 $x(t)_{\max}$ 为齿轮动态啮合过程中 $x(t)$ 的最大值, $x(t)_{\min}$ 为齿轮动态啮合过程中 $x(t)$ 的最小值;

- 2) 设置进化的总代数,按个体适应度值最小的规则,选择进入下一代的个体;
- 3) 当前进化的代数为 $i=1$,即设置其为第 1 代;
- 4) 计算选择函数的值,按概率进行交叉变异操作,来选择群中的个体;
- 5) 通过染色体基因的复制、交叉、变异等方式创造新的个体,构成的种群 P_{i+1} ;
- 6) 若终止条件不满足,则转移到步骤 3) 继续进化处理;
- 7) 输出种群中适应度值最优的染色体作为齿轮修形优化问题的最优修形参数解。

3.2 结果讨论与分析

以表 1 所示参数的一对啮合齿轮为例,采用所提出的基于遗传算法和 Kriging 模型的齿轮修形算法,对轮齿齿顶进行修形优化。利用如前所述的修形齿轮啮合刚度的计算模型,应用 Matlab 软件编制程序,设置遗传变异最大迭代数为 100,种群数为 80,变异率与交叉率为 0.75,终止算法的阈值为 1×10^{-7} ,最大修形量 $\Delta_{\max}$ 的搜索范围为 $[0 \mu\text{m}, 8.4 \mu\text{m}]$,修形长度的搜索范围为 $[0 \text{ mm}, 4.752 \text{ mm}]$,优化搜寻过程如图 4 所示,部分寻优搜索值见表 2。

表 3 分别列出了所提出的齿轮修形、ISO 修

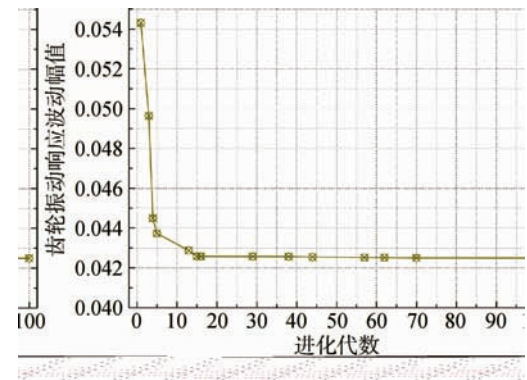


图 4 遗传算法优化搜寻曲线
Fig. 4 Search curve of genetic algorithm optimization

形以及修形前的齿轮动态传递误差波动值,可以看出,本文算法齿轮修形对应的动态传递误差波动值最小,其波动值为 0.042 40,ISO 齿轮修形对应的动态传递误差波动值为 0.072 85,未修形对应的动态传递误差波动值为 0.108 03,本文算法的减振效果最好,验证了基于遗传算法与 Kriging 模型对齿轮进行修形优化的正确性、高效性。

表 2 搜索过程中间参数表			
Table 2 Intermediate parameters of search process			
进化代数	修形长度/ mm	最大修形量/ μm	齿轮振动响应 波动幅值
1	4.041	8.255	0.054 31
3	2.693	8.400	0.049 64
4	3.379	8.196	0.044 50
5	3.390	8.312	0.043 74
13	3.358	8.398	0.042 88
15	3.303	8.400	0.042 58
16	3.304	8.400	0.042 58
29	3.296	8.398	0.042 57
38	3.224	8.400	0.042 57
44	3.224	8.400	0.042 55
57	3.282	8.400	0.042 53
62	3.282	8.400	0.042 52
70	3.259	8.400	0.042 40
100	3.259	8.400	0.042 40

表 3 不同方法的修形优化结果			
Table 3 Modification optimization results of different methods			
修形方法	修形长度/ mm	最大修形量/ μm	动态传递误差 波动值
本文轮齿 修形优化	3.181	8.400	0.042 40
ISO 修形方法	4.752	6.413	0.072 85
未修形	0	0	0.108 03

如果直接采用有限元法结合遗传算法进行修形优化的话,总共需要调用不同修形参数齿轮综合刚度的次数为 $100 \times 80 = 8\,000$ 次(单次计算时间约为 310s),那么将需要至少 26.91d,而采用本文算法仅仅需要 2.24h(Kriging 模型计算一次啮合刚度仅需约 1.008s),从而说明了本文算法计算效率的优越性。

4 结 论

1) 本文所提出的修形优化算法采用 Kriging 多响应预测模型,解决了齿轮修形优化计算啮合

刚度时隐式函数和多响应的问题。

2) 通过与有限元计算啮合刚度的对比发现,采用 Kriging 多响应预测模型得到的时变啮合刚度函数的各参数误差最大值为 7.79×10^{-5} , 1.20×10^{-3} 及 1.30×10^{-4} ,计算精度较高,验证了采用 Kriging 预测的精确性。

3) 相比于 ISO 和未修形的齿轮响应的波动值,本文算法的减振效果最好,验证了基于遗传算法与 Kriging 模型对齿轮进行修形优化的正确性、高效性。相比于直接采用有限元法进行齿轮修形优化,本文算法计算时间将会由 26.91 d 减小为 2.24 h,证明了本文算法计算效率的优越性。

参考文献:

[1] BAJER A, DEMKOWICZ L. Dynamic contact/impact problems, energy conservation, and planetary gear trains [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(37/38): 4159-4191.

[2] 吴勇军, 王建军, 韩勤锴, 等. 基于接触有限元分析的斜齿轮齿廓修形与实验 [J]. 航空动力学报, 2011, 26(2): 409-414.

WU Yongjun, WANG Jianjun, HAN Qinkai, et al. Tooth profile modification of helical gears and experimental study based on finite element contact analysis [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(2): 409-414. (in Chinese)

[3] CHEN Zaigang, SHAO Yimin. Mesh stiffness calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack [J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 62(4): 63-74.

[4] FAGGIONI M, SAMANI F S, BERTACCHI G, et al. Dynamic optimization of spur gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(4): 544-557.

[5] MA H, YANG J, SONG R Z, et al. Effects of tip relief on vibration responses of a geared rotor system [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 228(7): 1132-1154.

[6] 袁哲, 孙志礼. 基于遗传算法的直齿圆柱齿轮修形优化减振 [J]. 东北大学学报, 2010, 31(6): 873-876.

YUAN Zhe, SUN Zhili. GA-based optimum profile modification of spur gears for vibration damping [J]. Journal of Northeastern University, 2010, 31(6): 873-876. (in Chinese)

[7] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions [J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492.

[8] HUANG D, ALLEN T T, NOTZ W I, et al. Global optimization of stochastic black-box systems via sequential Kriging meta-models [J]. Journal of Global Optimization, 2006, 34(3): 441-446.

[9] RANJAN P, BINGHAM D, MICHAILIDIS G. Sequential experiment design for contour estimation from complex

computer codes[J]. Technometrics, 2011, 53(1): 109-110.

[10] BICHON B J, ELDRED M S, SWILER L P, et al. Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions [J]. AIAA Journal, 2008, 46 (10): 2459-2468.

[11] 吴勇军, 王建军. 一种考虑齿轮副连续啮合过程的接触有限元动力学分析方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(5): 1192-1200.

WU Yongjun, WANG Jianjun. A contact finite element method for dynamic analysis of continuous engaged gear pairs[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(5): 1192-1200. (in Chinese)

[12] 丁文镜. 减振理论[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2014.

[13] 朱孝录. 齿轮传动设计手册[M]. 北京: 化学工业出版社, 2005.

[14] 李润方. 齿轮传动的刚度分析和修形方法[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1998.

[15] ECHARD B, GAYTON N, LEMAIRE M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145-154.

[16] 佟操, 孙志礼, 杨丽, 等. 一种基于 Kriging 和 Monte Carlo 的主动学习可靠度算法[J]. 航空学报, 2015, 36(9): 2942-2951.

TONG Cao, SUN Zhili, YANG Li, et al. A active learning reliability method based on Kriging and Monte Carlo[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(9): 2942-2951. (in Chinese)

[17] 杨丽, 佟操. 基于 Kriging 的齿轮振动可靠性分析 [J]. 航空动力学学报, 2016, 31(4): 993-999.

YANG Li, TONG Cao. Reliability analysis of gear vibration based on dimensionality reduction visualization and Kriging[J]. 2016, 31(4): 993-999. (in Chinese)

[18] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

(编辑: 王碧琚)